KRZ – WNIOSKOWANIA

1. Zapisujemy wnioskowanie symbolicznie.
2. Przygotowujemy tabelkę w taki sposób, aby każda przesłanka i wniosek miały oddzielną kolumnę.
3. Wypełniamy tabelkę
4. Szukamy wiersza, w którym wszystkie przesłanki są prawdziwe, a wniosek fałszywy (wiersz kontrprzykładu).
5. Jeśli takiego wiersza nie ma schemat wnioskowania, a więc i samo wnioskowanie, jest dedukcyjne (poprawne formalnie, o ile przedstawiane jako dedukcyjne).
6. Jeśli taki wiersz istnieje schemat jest niededukcyjny (niepoprawny formalnie, o ile przedstawiany jako dedukcyjny). UWAGA! To nie daje jeszcze gwarancji, że oryginalne wnioskowanie jest niededukcyjne (może ono być podstawieniem także jakiegoś innego, tym razem dedukcyjnego schematu).

Przykład 1:

1. Jeśli zdasz maturę dostaniesz samochód.
2. Nie zdasz matury.
3. Zatem nie dostaniesz samochodu.

$$\frac{\begin{array}{c} p \to q \\ \neg p \end{array}}{\neg q}$$

p	q	$p \to q$	$\neg p$	$\neg q$
1	1	1	0	0
1	0	0	0	1
$\underline{0}$	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{0}$
0	0	1	1	1

Schemat niededukcyjny (niepoprawny formalnie, o ile przedstawiany jako dedukcyjny). W tym przypadku wnioskowanie też niededukcyjne (niepoprawne formalnie, o ile przedstawiane jako dedukcyjne).

Przykład 2

$$\frac{\begin{array}{c} p \lor \neg q \\ q \end{array}}{p}$$

p	q	p	$\lor$	$\neg$	q	q	p
1	1		1	0		1	1
1	0		1	1		0	1
0	1		0	0		1	0
0	0		1	1		0	0

Schemat dedukcyjny (poprawny formalnie, o ile przedstawiany jako dedukcyjny). Każde wnioskowanie będące jego podstawieniem także jest dedukcyjne (poprawne formalnie, o ile przedstawiane jako dedukcyjne).

Przykład 3 (modus tollendo tollens)

$$\frac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \neg q \end{array}}{\neg p}$$

p	q	p	$\rightarrow$	q	$\neg$	q	$\neg$	p
1	1		1		0		0	
1	0		0		1		0	
0	1		1		0		1	
0	0		1		1		1	

Schemat dedukcyjny (poprawny formalnie, o ile przedstawiany jako dedukcyjny). Każde wnioskowanie będące jego podstawieniem także jest dedukcyjne (poprawne formalnie, o ile przedstawiane jako dedukcyjne).

Przykład 4 (modus ponendo ponens)

$$\frac{\begin{array}{c} p \to q \\ p \end{array}}{q}$$

p	q	$p \to q$	p	q
1	1	1	1	1
1	0	0	1	0
0	1	1	0	1
0	0	1	0	0

Schemat dedukcyjny (poprawny formalnie, o ile przedstawiany jako dedukcyjny). Każde wnioskowanie będące jego podstawieniem także jest dedukcyjne (poprawne formalnie, o ile przedstawiane jako dedukcyjne).

Przykład 5

$$\frac{\begin{array}{c} p \to q \\ q \to r \\ \neg r \end{array}}{\neg p}$$

p	q	r	$p \to q$	$q \to r$	$\neg r$	$\neg p$
1	1	1	1	1	0	0
1	1	0	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	1
0	0	0	1	1	1	1

Schemat dedukcyjny (poprawny formalnie, o ile przedstawiany jako dedukcyjny). Każde wnioskowanie będące jego podstawieniem także jest dedukcyjne (poprawne formalnie, o ile przedstawiane jako dedukcyjne).

Przykład 6 (Spalenie Biblioteki Aleksandryjskiej)

W 642 roku KALIF OMAR I spalił Bibliotekę Aleksandryjską argumentując tak: „Albo te księgi zawierają to samo co Koran, więc są niepotrzebne, albo coś innego, więc są szkodliwe".

1. Księgi zawierają to samo co Koran, albo nie zawierają tego samego co Koran.
2. Jeśli księgi zawierają to samo to są niepotrzebne.
3. Jeśli księgi nie zawierają tego samego, to są szkodliwe.
4. Jeśli księgi są szkodliwe lub niepotrzebne to trzeba je spalić.
5. Zatem trzeba spalić księgi (bibliotekę).

$$p \vee \neg p$$
$$p \rightarrow \neg q$$
$$\neg p \rightarrow r$$
$$\underline{(r \vee \neg q) \rightarrow s}$$
$$s$$

p - Księgi zawierają to samo co Koran

q – Księgi są potrzebne

r – Księgi są szkodliwe

s – Trzeba spalić księgi

p	q	r	s	p	$\vee$	$\neg$	p	p	$\rightarrow$	$\neg$	q	$\neg$	p	$\rightarrow$	r	$(r$	$\vee$	$\neg$	$q)$	$\rightarrow$	s	s
1	1	1	1		1	0			0	0		0		1			1	0		1		1
1	1	1	0		1	0			0	0		0		1			1	0		0		0
1	1	0	1		1	0			0	0		0		1			0	0		1		1
1	1	0	0		1	0			0	0		0		1			0	0		1		0
1	0	1	1		1	0			1	1		0		1			1	1		1		1
1	0	1	0		1	0			1	1		0		1			1	1		0		0
1	0	0	1		1	0			1	1		0		1			1	1		1		1
1	0	0	0		1	0			1	1		0		1			1	1		0		0
0	1	1	1		1	1			1	0		1		1			1	0		1		1
0	1	1	0		1	1			1	0		1		1			1	0		0		0
0	1	0	1		1	1			1	0		1		0			0	0		1		1
0	1	0	0		1	1			1	0		1		0			0	0		1		0
0	0	1	1		1	1			1	1		1		1			1	1		1		1
0	0	1	0		1	1			1	1		1		1			1	1		0		0
0	0	0	1		1	1			1	1		1		0			1	1		1		1
0	0	0	0		1	1			1	1		1		0			1	1		0		0

Schemat powyższy jest dedukcyjny (poprawny formalnie, o ile przedstawiany jako dedukcyjny). Każde wnioskowanie będące jego podstawieniem także jest dedukcyjne (poprawne formalnie, o ile przedstawiane jako dedukcyjne). Wnioskowanie Kalifa Omara jest więc poprawne formalnie. Nie jest natomiast poprawne materialnie.

TAUTOLOGIE

Każdą formułę klasycznego rachunku zdań, która jest prawdziwa przy każdym wartościowaniu (przy każdej kombinacji wartości logicznych zmiennych) nazywa się tautologią.

UWAGA

Tautologie są prawdami uniwersalnymi, są zawsze prawdziwe. Dlatego też nie mówią nic ciekawego o świecie.

Przykład

$$p \vee \neg p$$

Jutro będzie padał deszcz, albo jutro nie będzie padał deszcz.

Przykład

„$[p \rightarrow (q \rightarrow r)] \leftrightarrow [(p \wedge q) \rightarrow r]$"

p	*q*	*r*	*[p*	→	*(q*	→	*r)]*	↔	*[(p*	∧	*q)*	→	*r]*
1	1	1		1		1		**1**		1		1	
1	1	0		0		0		**1**		1		0	
1	0	1		1		1		**1**		0		1	
1	0	0		1		1		**1**		0		1	
0	1	1		1		1		**1**		0		1	
0	1	0		1		0		**1**		0		1	
0	0	1		1		1		**1**		0		1	
0	0	0		1		1		**1**		0		1	