<u>ANALIZA LOGICZNA (KRZ)</u>

Ogólnie rzecz ujmując celem analizy logicznej jakiegoś wyrażenia jest przedstawienie logicznej struktury tego wyrażenia, poprzez przetłumaczenie (przełożenie / sparafrazowanie) tego wyrażenia na sztuczny język pewnego rachunku logicznego.

<u>UWAGA</u> W dalszej części będziemy się zajmowali analizą logiczną zdań i będziemy jej dokonywać poprzez przekład analizowanych zdań na język klasycznego rachunku zdań (KRZ).

Na <u>**język klasycznego rachunku zdań (KRZ)**</u> składają się następujące symbole:

1. zmienne zdaniowe: *p, q, r, s…*
2. stałe logiczne (funktory prawdziwościowe, funktory zdaniotwórcze od argumentów zdaniowych): $\neg$ ($\sim$), $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$
3. znaki pomocnicze: *(,),{,}*.

<u>UWAGA</u>
1 – prawda (czasami oznaczane jako „P” lub „T”)
0 – fałsz (czasami oznaczane jako „F”)

<u>UWAGA</u>
Każde przyporządkowanie wartości logicznych wszystkim zmiennym zdaniowym występującym w danym wyrażeniu (a więc każdy wiersz tabeli), jest jakimś <u>modelem</u> dla tych zmiennych (zbiorem światów możliwych, możliwym scenariuszem, interpretacją).

<u>UWAGA</u>
Liczba modeli (możliwych scenariuszy, interpretacji, wierszy tabeli) dla danego zbioru zmiennych wynosi 2^n, gdzie *n* jest liczbą zmiennych występujących w tym zbiorze.

<u>UWAGA</u>
Wymienione wyżej funktory prawdziwościowe języka KRZ są ekstensjonalnymi funktorami zdaniotwórczymi od (jednego lub dwóch) argumentów zdaniowych.

FUNKTORY PRAWDZIWOŚCIOWE

NEGACJA

$\neg p$ $(\sim p)$

p	$\neg p$
1	0
0	1

Nie jest prawdą, że p.
Jest fałszem, że p.

Przykładowe inne sposoby wyrażenia negacji w języku naturalnym:

1. Nie jestem cyrkowcem.
   ¬ Jestem cyrkowcem. (Nie jest prawdą, że jestem cyrkowcem.)
2. On nic nie zrobił.
   ¬ On coś zrobił.
3. Denis Villeneuve nigdy nie był w Atenach.
   ¬ Denis Villeneuve był kiedyś w Atenach.

UWAGA

Nie przestałem palić papierosów.
NIE tłumaczymy jako:
¬ Przestałem palić papierosy.

KONIUNKCJA

$p \wedge q$

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

p i q.
p oraz q.

UWAGA Możliwe są dwie interpretacje koniunkcji.
Przykład: Alfred Hitchcock wyszedł na podwórko i zobaczył, że spadło 10 cm śniegu.
MOCNA interpretacja koniunkcji (i, ∧) zakłada następstwo czasowe (najpierw wyszedł, później zobaczył).
SŁABA interpretacja koniunkcji nie zakłada tego.
W KRZ przyjmujemy interpretację SŁABĄ.

Przykładowe inne sposoby wyrażenia koniunkcji w języku naturalnym:

1. Poszliśmy do kina mimo, że było późno.
   Poszliśmy do kina ∧ Było późno.
2. Marchewki są bogatym źródłem witaminy A i K.
   Marchewki są bogatym źródłem witaminy A ∧ Marchewki są bogatym źródłem witaminy K.

3. Ta komedia była prymitywna, ale śmieszna.
   Ta komedia była prymitywna ∧ Ta komedia była śmieszna.
4. Ani mnie, ani mojej żonie nie podobał się ten film.
   Mnie nie podobał się ten film ∧ Mojej żonie nie podobał się ten film.
5. Zeznania świadka były zarówno niewiarygodne, jak i niejasne.
   Zeznania świadka były niewiarygodne ∧ Zeznania świadka były niejasne.

UWAGA
1. Kraków i Lublin są oddalone od siebie o ok. 300 km.
   NIE tłumaczymy jako: Kraków jest oddalony od siebie o ok. 300 km ∧ Lublin jest oddalony od siebie o ok. 300 km.
2. Policja złapała i ukarała mandatami 30-tu kierowców.
   NIE tłumaczymy jako: Policja złapała 30-tu kierowców ∧ Policja ukarała mandatami 30- tu kierowców.

ALTERNATYWA

$p \vee q$

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

p lub q.
p albo q.

UWAGA Możliwe są dwie interpretacje alternatywy.
Przykład: Wieczorem pójdziemy do kina lub pojedziemy na basen.
MOCNA interpretacja alternatywy (lub, ∨) zakłada, że tylko jedna z możliwości zajdzie (albo…, albo…).
SŁABA interpretacja alternatywy nie zakłada tego.
W KRZ przyjmujemy interpretację SŁABĄ.

UWAGA

Ta nauczycielka może udzielić korepetycji z matematyki lub fizyki.
NIE tłumaczymy jako:
Ta nauczycielka może udzielić korepetycji z matematyki ∨ Ta nauczycielka może udzielić korepetycji z fizyki.
RACZEJ jako:
Ta nauczycielka może udzielić korepetycji z matematyki ∧ Ta nauczycielka może udzielić korepetycji z fizyki.

IMPLIKACJA

$p \to q$

p	q	$p \to q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Jeśli p, to q.
p implikuje q.

UWAGA
Przykład: Jeśli papierek zabarwi się na czerwono, to badany roztwór jest kwasem.
Powyższa wypowiedź sugeruje jakiś związek koloru papierka z charakterem roztworu oraz zależność odwrotną (jeśli nie zabarwi się, to nie jest kwasem).
Żadna z tych informacji NIE jest zawarta w implikacji, tak jak ją rozumiemy w KRZ.

Przykładowe inne sposoby wyrażenia implikacji w języku naturalnym:

1. O ile nie straci pracy, to spłaci kredyt za pół roku. (Spłaci kredyt za pół roku chyba, że straci pracę)
   Nie straci pracy → Spłaci kredyt za pół roku.
   Straci pracę ∨ Spłaci kredyt za pół roku.
2. Dotrzemy do kina na czas, pod warunkiem, że wyjdziemy za 5 minut.
   Wyjdziemy za 5 minut → Dotrzemy do kina na czas.
3. Duda wygra kolejne wybory tylko, jeśli zdobędzie głosy rolników.
   Duda wygra kolejne wybory → Duda zdobędzie głosy rolników.

UWAGA

1. Jeśli chcesz umyć ręce, to łazienka jest po prawej stronie.
   NIE tłumaczymy jako:
   Chcesz umyć ręce → Łazienka jest po prawej stronie.
2. Nie zrobię tego nawet, jeśli zapłacisz mi milion złotych.
   NIE tłumaczymy jako:
   Zapłacisz mi milion złotych → Nie zrobię tego.

RÓWNOWAŻNOŚĆ

$p \leftrightarrow q$

p	q	$p \leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

p wtedy i tylko wtedy, gdy q.
p, jeśli i tylko jeśli q.

Przykładowe inne sposoby wyrażenia równoważności w języku naturalnym:
Równoległobok jest rombem dokładnie wtedy, gdy jego przekątne przecinają się pod kątem prostym.
Równoległobok jest rombem ↔ Przekątne równoległoboku przecinają się pod kątem prostym.

WYRAŻENIA KRZ:

Każdy skończony ciąg znaków z alfabetu KRZ jest wyrażeniem KRZ.

Przykłady:

$p \vee q$; $pq \rightarrow r$; $(p \vee q) \leftrightarrow (r \wedge s)$; $(()\{\}$; $\vee\leftrightarrow\wedge$; strup; trup

FORMUŁY (WYRAŻENIA SENSOWNE, POPRAWNIE ZBUDOWANE WYRAŻENIA) KRZ

1. Pojedyncze zmienne zdaniowe są formułami KRZ
2. Jeśli α oraz β są formułami KRZ to są nimi także:

$$\sim\alpha, \qquad \alpha \wedge \beta, \qquad \alpha \vee \beta, \qquad \alpha \rightarrow \beta, \qquad \alpha \leftrightarrow \beta$$

Przykłady:

Formuły: $p \vee q$; $(p \vee q) \leftrightarrow (r \wedge s)$;

Wyrażenia nie będące formułami: $pq \rightarrow r$; $(()\{\}$; $\vee\leftrightarrow\wedge$; strup; trup

PRZYKŁAD

Jeśli nie kupiłeś biletu, to okradasz MPK i dostaniesz mandat, o ile złapią cię kanary.
Nie kupiłeś biletu → Okradasz MPK i dostaniesz mandat, o ile złapią cię kanary.
Nie kupiłeś biletu → (Okradasz MPK ∧ Dostaniesz mandat, o ile złapią cię kanary).
Nie kupiłeś biletu → (Okradasz MPK ∧ (Złapią cię kanary → Dostaniesz mandat)).
(¬ Kupiłeś bilet) → (Okradasz MPK ∧ (Złapią cię kanary → Dostaniesz mandat)).

$(\neg p_1) \rightarrow (p_2 \wedge (p_3 \rightarrow p_4))$.

p_1 – Kupiłeś bilet
p_2 – Okradasz MPK
p_3 – Złapią cię kanary
p_4 – Dostaniesz mandat